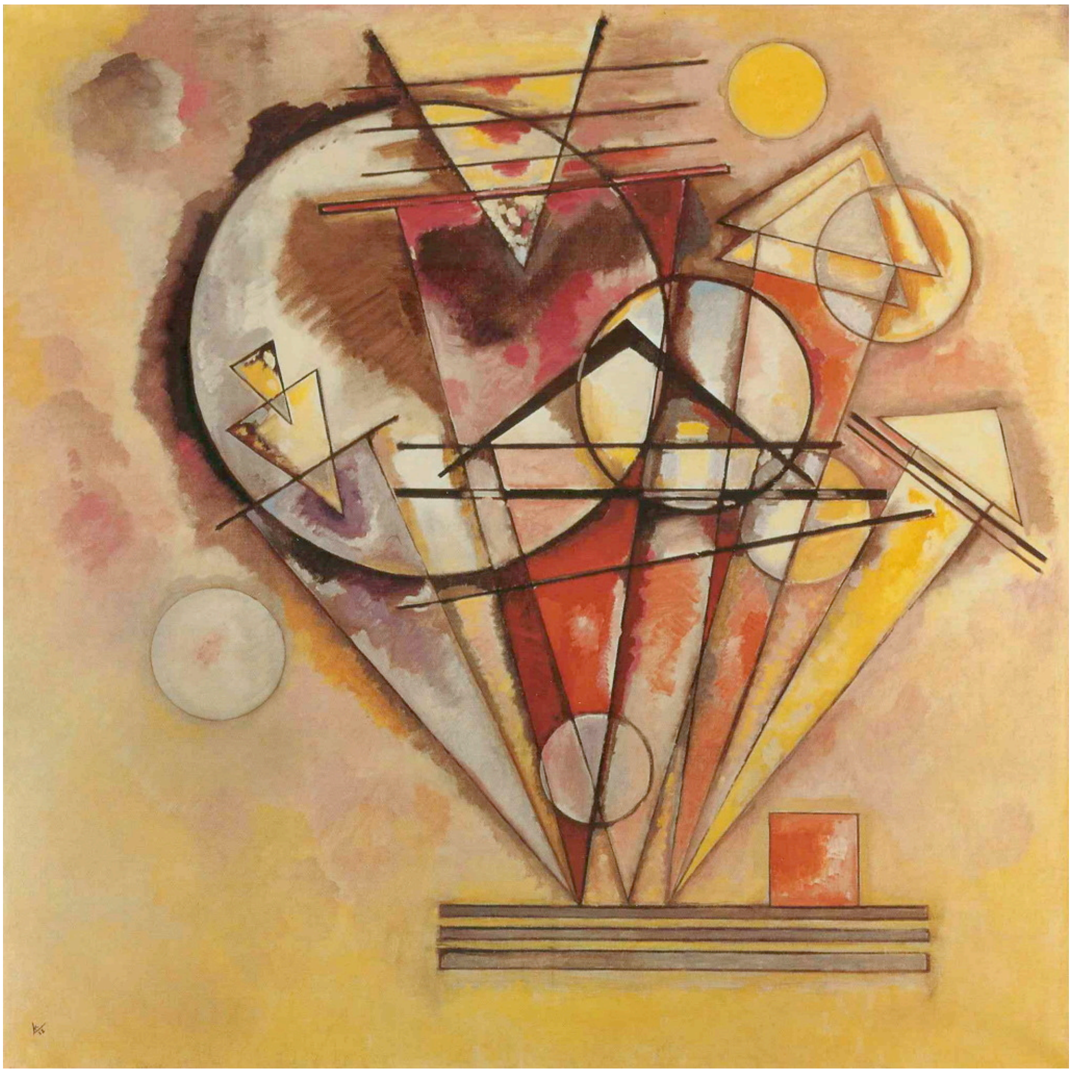
“Un matematico che non abbia un po’ del poeta, non sarà mai un perfetto matematico”

Analogia tra alcuni aspetti della conoscenza matematica e della conoscenza poetica



Vasilij Kandinskij, On point - 1926

Giulia Bosetti
Liceo Classico Alexis Carrel
Anno scolastico 2013/2014

Indice

Introduzione: Karl Weierstrass

Il titolo della mia tesina è tratto da una citazione di Karl Weierstrass, matematico tedesco dell'Ottocento.

Weierstrass nasce il 31 ottobre 1815 a Ostenfelde, in Germania.
Viene mandato dal padre all'università di Bonn a studiare giurisprudenza, ma come dice E.T. Bell (matematico e scrittore scozzese), torna che "aveva assorbito più birra che diritto" e si dà allo studio della matematica.
Nel 1857 ottiene la cattedra all'Università di Berlino.
Dal 1864 stringe una forte amicizia con una sua allieva, Sonia Kowalewski, alla quale dà lezioni private dal momento che le donne non potevano iscriversi all'università. Con lei intesse una corrispondenza epistolare su argomenti matematici in senso stretto ma anche sulla passione di entrambi per questa disciplina.
Weierstrass muore a Berlino il 19 febbraio 1897.

In una sua lettera Sonia Kowalewski scrive:

*"Chi non ha mai avuto occasione di approfondire la conoscenza della matematica, la confonde con l'aritmetica e la considera un'**arida scienza**. In realtà è una scienza che richiede molta immaginazione. Uno dei matematici più eminenti del nostro secolo osserva giustamente che sarebbe impossibile essere un matematico senza avere anche l'anima di un poeta. E' necessario **rinunciare all'antico pregiudizio** secondo il quale il poeta deve inventare qualcosa che non esiste, **che immaginazione e invenzione sono la stessa cosa**. A me pare che il poeta deve soltanto percepire qualcosa che gli altri non percepiscono, **vedere più lontano degli altri**. E il matematico deve fare la stessa cosa. Quanto a me, non sono mai stata capace di scegliere tra la mia passione per la matematica e quella per la letteratura."*

Incuriosita da questo modo particolare di guardare alla matematica, ho cercato alcuni esempi, tra gli argomenti trattati in questi anni, che mostrassero come le due discipline all'apparenza molto diverse abbiano tuttavia alcuni punti in comune.

“Rinunciare all'antico pregiudizio [...] che immaginazione e invenzione sono la stessa cosa”.

Per quanto riguarda i campi di ricerca della matematica e della poesia c’è una grande differenza tra “invenzione” (intesa non nel senso latino di *inventio*, ma come ricerca infondata e fine a se stessa) e “immaginazione” (intesa come creatività che racchiude in sé uno scopo, legata all’esigenza di esprimere qualcosa di intravisto).

Letteratura

Manzoni scrive nella lettera a M. Chauvet:
“*Ma, si potrà dire, se al poeta si toglie ciò che lo distingue dallo storico, e cioè il diritto di* ***inventare*** *i fatti, che cosa gli resta?* ***Che cosa gli resta? La poesia****; sì, la poesia. Perché, alla fin fine, che cosa ci dà la storia? Ci dà avvenimenti che, per così dire, sono conosciuti soltanto nel loro esterno; ci dà ciò che gli uomini hanno fatto. Ma quel che essi hanno pensato, i sentimenti che hanno accompagnato le loro decisioni e i loro progetti, i loro successi e i loro scacchi;[…]tutto questo, o quasi, la storia lo passa sotto silenzio; e tutto questo è invece dominio della poesia. […] Ogni segreto dell’animo umano si svela, tutto ciò che determina i grandi avvenimenti, che caratterizza i grandi destini si palesa alle* ***immaginazioni*** *dotate di sufficiente carica di simpatia.* ***Tutto quello che la volontà umana ha di forte o di misterioso, che la sventura ha di sacro e di profondo, il poeta può intuirlo; o, per meglio dire, può individuarlo, capirlo, ed esprimerlo.”***

Lo scrittore scrive le sue opere a partire da un *vero storico*, facendo però emergere quello che la storia tace: le passioni, i dolori, i sentimenti di uomini realmente vissuti (il cosiddetto *vero poetico*).

Abbiamo un esempio di questo ne Il cinque maggio.

Il 5 maggio 1821 Napoleone morì in esilio sull’isola di Sant’Elena. La *Gazzetta di Milano* del 16 luglio riportava solo la notizia della morte di Napoleone per un tumore gastrico, ma quella del giorno successivo riferiva anche: «Negli ultimi istanti della sua vita Napoleone è stato assistito da un ministro della religione ch’egli aveva fatto chiamare a sé».

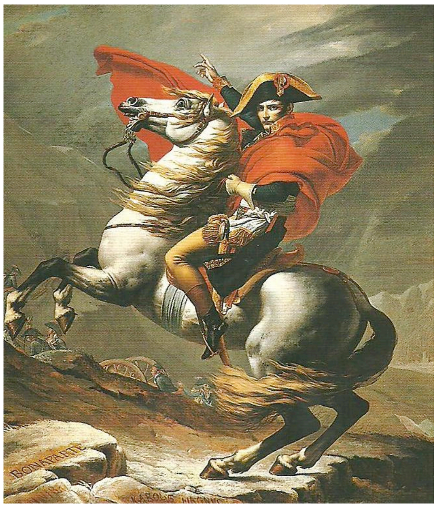
Nell’ode Il cinque maggio, dedicata al grande imperatore, Manzoni scrive:

[…]
Ahi! Forse a tanto strazio
cadde lo spirto anelo,
e disperò; ma valida
venne una man dal cielo,
e in più spirabil aere
pietosa il trasportò;

e l'avviò, pei floridi
sentier della speranza,
ai campi eterni, al premio
che i desideri avanza,
dov'è silenzio e tenebre
la gloria che passò.

Bella Immortal! Benefica
Fede ai trionfi avvezza!
Scrivi ancor questo, allegrati;
ché più superba altezza
al disonor del Gòlgota
giammai non si chinò.

Tu dalle stanche ceneri
sperdi ogni ria parola:
il Dio che atterra e suscita,
che affanna e che consola,
sulla deserta coltrice
accanto a lui posò.



David, Napoleone al passo del S. Bernardo - 1800

Napoleone muore volendo vicino a sé un sacerdote, e questo fatto (vero storico) è per Manzoni un segno che qualcosa è avvenuto nel suo animo, cioè la conversione (vero poetico).
Il vero poetico non è un'*invenzione*, parte da uno spunto reale; magari Napoleone non aveva nessuna coscienza del gesto che ha compiuto, ma Manzoni *immagina* a partire da un indizio che oltre a ciò che la storia documenta ci sia altro.

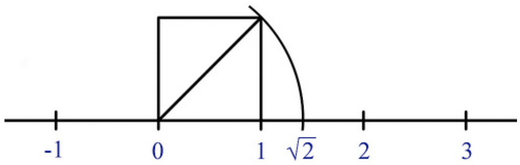
La poesia quindi non deve per forza (anzi, nel caso di Manzoni non deve proprio) andare a inventare qualcosa, ma anzi, approfondire ciò che è noto.

Matematica

Consideriamo il problema della continuità: la problematicità di questo concetto fu avvertita già dai greci del IV secolo AC, quando i Pitagorici cercarono la misura esatta della diagonale di un quadrato mediante il loro famoso teorema.

Dobbiamo ricordare che a quel tempo gli unici numeri conosciuti erano gli interi e i rapporti tra interi: così la lunghezza di un segmento era un numero intero se il segmento era contenuto un numero esatto di volte nell'unità di misura, oppure una frazione se una parte del segmento era contenuta un numero esatto di volte nell'unità di misura. Non si prevedevano altri casi.
Inoltre, scegliendo una retta qualsiasi e fissando un punto di riferimento (origine) sembrava sempre possibile associare a ogni altro punto (alla destra dell'origine) un numero che corrispondesse alla misura di un segmento. Così ad esempio il segmento lungo 3 unità di misura aveva il primo estremo nell'origine, e il secondo estremo nel punto 3; il segmento lungo metà unità di misura aveva il secondo estremo in ½.

Poiché la diagonale del quadrato era facilmente disegnabile, mediante un compasso si poteva riportare sulla retta, e dunque anche la sua lunghezza doveva essere associata a un numero, intero o frazione. Ma questo risultò impossibile.



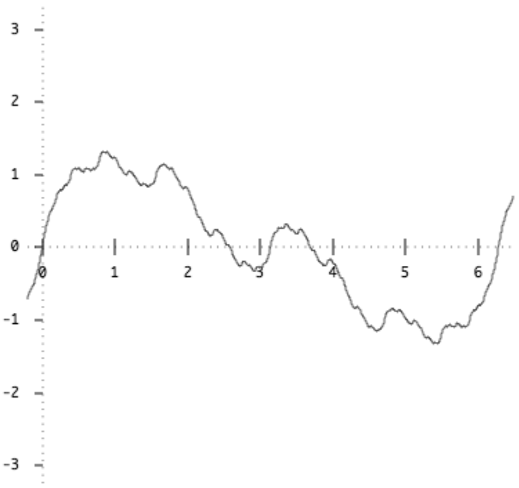
Perciò una retta dal punto di vista geometrico ha la proprietà indiscussa della continuità, ma dal punto di vista algebrico questa continuità non è altrettanto evidente (in seguito coppie di segmenti

come la diagonale e il lato del quadrato furono dette incommensurabili, e il rapporto delle loro misure fu detto non razionale).
L'esistenza di un punto così critico sulla retta ha costretto a una riflessione estremamente approfondita sulla corrispondenza tra aritmetica e geometria: non tutti i punti della retta comunemente usata da Euclide potevano essere messi in corrispondenza con numeri.
Ne emerse che esistevano numerosissimi segmenti che non corrispondevano a numeri interi o frazioni. Infatti $2\sqrt{2}$, $3\sqrt{2}$, $\frac{1}{2}\sqrt{2}$... sono tutti numeri che non hanno collocazione sulla retta razionale, che pertanto è clamorosamente discontinua.

Ciò che hanno fatto i matematici dei numerosi secoli successivi quindi non è stato inventare un concetto nuovo, bensì cercare di definire una verità matematica che era sentita come irreversibilmente necessaria; ed è solo con l'assioma di Dedekind nel 1858 che viene definita la continuità della retta reale.

Anche Weierstrass avverte il problema della continuità, per lui riferito alle funzioni di variabile reale, fino a giungere alla definizione rigorosa:
"una funzione f(x) è continua in un punto c del suo dominio se $\lim_{x \to c} f(x) = f(c)$."

In particolare arriva a definire una funzione continua in ogni suo punto ma non derivabile in nessuno, detta Funzione di Weierstrass:



La continuità, lungi dall'essere un'invenzione, è sempre stata percepita come un dato di fatto difficilmente spiegabile. Ed è proprio la sua oggettività che ha spinto generazioni di matematici a indagarne le caratteristiche e cercare espressioni linguistiche e termini adatti a descriverla.

“Percepire qualcosa che gli altri non percepiscono, vedere più lontano degli altri”

Matematico e poeta riescono a “*vedere più lontano degli altri”* ed esprimere le verità che, così facendo, scoprono.

Letteratura

Ungaretti, *Il porto sepolto.*

Vi arriva il poeta
e poi torna alla luce con i suoi canti
e li disperde

Di questa poesia
mi resta
quel nulla
di inesauribile segreto

Dice Ungaretti:
«Verso i sedici anni, ho conosciuto due giovani ingegneri francesi i fratelli Thuile, Jean e Henri Thuile. Mi parlavano di un porto, sommerso, che doveva precedere l’epoca tolemaica, provando che Alessandria era un porto già prima d’Alessandro, che già prima di Alessandro era una città. Il titolo del mio primo libro deriva da quel porto: Il porto sepolto».

Questa poesia dunque, che dà il titolo alla prima sezione della raccolta *Allegria*, richiama *quel nulla d’inesauribile segreto* (appunto, un porto sepolto) che si cela dentro all’animo umano: e il poeta è chi *vi arriva,* e lo riporta alla luce.

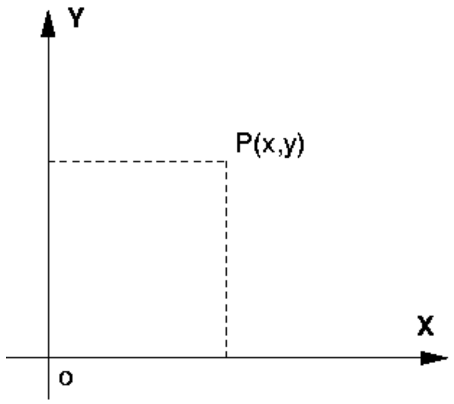
La poesia nasce dunque dal riconoscimento di un mistero, che s’intuisce se si guarda più lontano degli altri.

Matematica

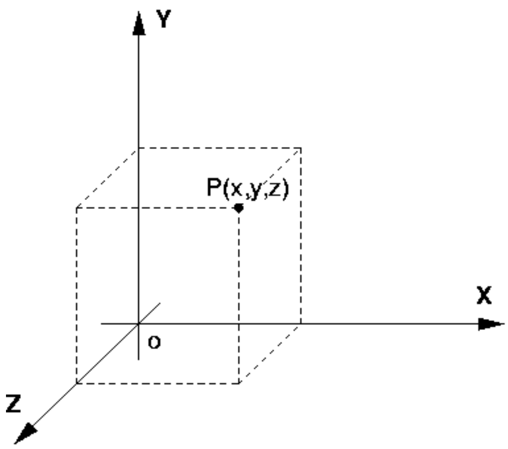
Da quando Descartes ideò la geometria analitica i punti della geometria furono strettamente collegati con i numeri dell’algebra: le loro coordinate.

Se un punto è collocato su una retta occorre un numero solo per individuarlo: l’ascissa, P(x).

Se un punto è collocato in un piano i numeri necessari sono due: ascissa e ordinata, P(x,y)



Se un punto è collocato nello spazio, ne occorrono tre: ascissa, ordinata e quota, P (x, y, z).



Oltre questa "lontananza" l'intuizione non riesce ad arrivare, ma l'algebra nel suo collegamento cartesiano alla geometria sì: anzi riesce a vedere molto più lontano fino a concepire l'esistenza di spazi a quattro, cinque, …n dimensioni, dove si individua un punto mediante una n-pla di coordinate: $P(x_1, x_2, x_3, \dots, x_n)$.

Si tratta di prospettive che vanno ben oltre l'immaginazione, ma nel contempo sono mondi rigorosi, descrivibili fin nei dettagli più minuti, con proprietà che solo l'algebra fa emergere e che necessitano di occhi profondissimi e molto educati per essere viste.

Conclusioni

La realtà, se considerata con una particolare attenzione e sensibilità e certamente con una capacità immaginativa non comune (come nel caso del genio matematico o del poeta), stimola a indagarla nel profondo: talvolta trovando nuovi percorsi, ricorrendo a immagini, a neologismi o a nuove forme espressive per descriverla. Queste nuove intuizioni diventano poi patrimonio di tutti e ciascuno può riconoscerle come vere per sé.

Il mio lavoro mi ha fatto scoprire un'analogia tra alcuni aspetti del metodo di conoscere della matematica e della poesia: sebbene siano discipline all'apparenza molto diverse, entrambe hanno come origine un dato reale che si sente l'esigenza di indagare, definire, esprimere.

Per questo motivo in copertina ho scelto di riportare un quadro di Kandinskij: nella sua opera *Dello spirituale nell'arte* egli sostiene che la conoscenza sia paragonabile a una piramide in continuo movimento verso l'alto e in avanti.
Le sue facce sono i diversi ambiti della conoscenza: arte, letteratura, musica e matematica.
A una prima visione "materialistica" le facce appaiono ben distinte; ma quando sono studiate nella loro interiorità si scoprono parallelismi e risonanze che tendono ad un unico vertice. Su questo vertice si trova l'uomo che ha saputo vedere.

Bibliografia

E. T. Bell, I grandi matematici
P. Maroscia, Matematica e cultura
S. Guglielmino, Guida al Novecento
V. Kandinskij, Dello spirituale nell'arte