L'irraggiungibile limite

\- M.C. Escher " circle limit III "

Indice

- **Dino Buzzati** (1906-1972) nacque a San Pellegrino, in provincia di Belluno, in una villa ottocentesca di proprietà della famiglia, la quale però risiedeva abitualmente a Milano. Infatti il padre, Giulio Cesare, di origini veneziane, insegnava diritto internazionale all' università di Pavia e alla Bocconi di Milano; egli morì quando Buzzati era ancora uno studente ginnasiale. Seguendo le orme del padre, si laureò nel 1928 in giurisprudenza ed entrò come cronista al " Corriere della sera", cui collaborò fino alla morte. In qualità di inviato speciale fu anche autore di celebri corrispondenze di guerra e reportages da tutto il mondo. In campo letterario esordì nel 1933 con il romanzo " Bàrnabo delle montagne", cui seguirono " Il segreto del Bosco Vecchio" e nel 1940 " Il deserto dei Tartari" , considerato il suo capolavoro. In seguito Buzzati si dedicò alla narrativa breve e diede alle stampe diverse raccolte di racconti: " I sette messaggeri" (1942), " Paura alla scala" (1949), "Il crollo della Baliverna" (1954), "Sessanta racconti" (1958), "Il colombre" (1966). Al romanzo tornò nel '60 con "Il grande ritratto", cimentandosi nel genere fantascientifico. Nel '63 scrisse "Un Amore", che gli era stato ispirato dalla venticinquenne Almerina Antoniazzi, con cui si sposò nel '66. Nel '68 pubblicò "La boutique del mistero".

- **Primo viaggio: I sette messaggeri**

" La boutique del mistero": questa raccolta si apre con il racconto "I sette messaggeri" . Il protagonista è un principe, il cui obiettivo è esplorare il Regno del padre fino a raggiungerne l' estremo confine. Egli si allontana dalla casa natale e conduce con sé sette uomini il cui compito è quello di avvicendarsi nel tornare alla città di origine per raccogliere notizie e recapitarle a lui, ovunque egli si trovi. Al contrario delle previsioni iniziali, il viaggio diventa lunghissimo e senza fine e più procede, più il protagonista si convince che non esistano confini, almeno nel senso inteso dagli uomini, e di essere destinato ad andare avanti nel suo viaggio, senza mai raggiungere la meta agognata. In questo racconto Dino Buzzati fornisce una rappresentazione della realtà che lascia il lettore esitante, indeciso se credere o meno alla parola del narratore, che in questo caso è il protagonista stesso. Infatti in un contesto apparentemente normale, come il viaggio di un giovane alla ricerca di scoprire ciò che lo circonda, subentra un elemento perturbatore, che esula del tutto dal dominio comune dell' esperienza: l' attesa dei confini tanto desiderati e irraggiungibili. In vista del momento in cui li raggiungerà, e che noi chiameremo *kairòs*, il protagonista sacrifica tutta la sua vita e vive nell'attesa, nella speranza che prima o poi qualcosa debba succedere, e non si stanca mai di sperare:
" *Una speranza nuova mi trarrà domattina ancora più avanti, verso quelle montagne inesplorate che le ombre della notte stanno occultando. Ancora una volta io leverò il campo, mentre Domenico scomparirà all' orizzonte dalla parte opposta, per recare alla città lontanissima l' inutile mio messaggio*". (Da " I sette messaggeri")
I confini possono essere visti come l'attesa del giorno fatidico, come dimensione esistenziale. Il racconto, infatti, può essere letto come un'allegoria della vita: una vita concepita in chiave sublime, nel disprezzo della mediocrità, interamente consacrata alla realizzazione di un sogno di gloria in nome del quale si è disposti a sacrificare tutto il resto; una vita vuota, perciò, di avvenimenti, riempita solo dall'attesa di quel giorno . Tutta la vicenda ruota intorno ad una vana ricerca del senso ultimo della vita, ma di fronte ad essa l'unica certezza che Buzzati sembra suggerirci è la morte. Scrive ne "I sette messaggeri":
" *Fra trentaquattro anni (prima anzi, molto prima) Domenico scorgerà inaspettatamente i fuochi del mio accampamento e si domanderà perché mai nel frattempo, io abbia fatto così poco cammino. Come stasera, il buon messaggero entrerà nella mia tenda con le lettere ingiallite dagli anni, cariche di assurde notizie di un tempo già sepolto; ma si fermerà sulla soglia, vedendomi immobile disteso sul giaciglio, due soldati ai fianchi con le torce, MORTO*".
(Da "I sette messaggeri)
Ricorrono nel racconto dati temporali precisi circa il tempo che intercorre tra i sette messaggeri:
" *Non uso alla lontananza dalla mia casa, vi spedii il primo, Alessandro, fin dalla sera del secondo giorno di viaggio, quando avevamo percorso già un' ottantina di leghe. La sera dopo, per assicurarmi la continuità delle comunicazioni, inviai il secondo, poi il terzo, poi il quarto, consecutivamente, fino all' ottava sera di viaggio, in cui partì Gregorio. Il primo non era ancora tornato.*
Ci raggiunse la decima sera, mentre stavamo disponendo il campo per la notte, in una valle disabitata. Seppi da Alessandro che la sua rapidità era stata inferiore al previsto;

avevo pensato che , procedendo isolato, in sella a un ottimo destriero, egli potesse percorrere nel medesimo tempo, una distanza due volte la nostra; invece aveva potuto solo una volta e mezza; in una giornata, mentre noi avanzavamo di quaranta leghe, lui ne divorava sessanta, ma non più. […] Ben presto constatai che bastava moltiplicare per cinque i giorni fin lì impiegati per sapere quando il messaggero ci avrebbe ripresi".
(Da "I sette messaggeri")
Le parole del principe sono convincenti e sembrano frutto di un accurato calcolo matematico. Se però, diffidenti delle sue parole, si ripercorre dal punto di vista matematico il discorso, si constata che c'è qualcosa che non torna. Prendiamo ad esempio Alessandro, primo messo spedito: egli parte la sera del secondo giorno dall'accampamento che, procedendo la spedizione di quaranta leghe a giorno, deve trovarsi a ottanta leghe dalla città. Ora se Alessandro procede di sessanta leghe al giorno, impiega sei giorni a raggiungere la spedizione e dunque incontra il principe all' ottava sera e non alla decima! Ciò si può affermare anche per gli altri messaggeri. Il senso di precisione suggerito al lettore da dati spazio-temporali precisi viene dissolto dalla loro imprecisione e inesattezza, quasi a suggerire che l' uomo tenta di dominare razionalmente la realtà, tentando di darle un ordine, di dominarla con una legge, ma ciò risulta impossibile a causa del suo limite che emerge nell' inesattezza di tutte le sue congetture. Nonostante il principe si adoperi in ogni modo per trovare una legge matematica che gli assicuri il tempo che un messo impiegherà nel suo viaggio, fallisce continuamente, lo spazio gli sfugge, lo inganna. Lo spazio è vago, onirico, surreale, ed il tempo intercorso dilatato. La frontiera tanto attesa, che dovrebbe coincidere con i confini del regno, è molto più lontana del previsto e l'idea di questa progressione infinita è rafforzata da quella alfabetica delle lettere iniziali dei nomi dei sette messi. Verso la fine del racconto il protagonista afferma addirittura che tali confini non esistono:
" *Non esiste, io sospetto, frontiera, almeno nel senso che noi siamo abituati a pensare. Non ci sono muraglie di separazione, né valli divisorie, né montagne che chiudano il passo".*

(da "I sette messaggeri")

- **Secondo viaggio: Un possibile spazio non euclideo**

Dopo il viaggio del principe, vorrei **ora considerare** un altro viaggio**:** quello che i matematici **dell'Ottocento intrapresero** nel tentativo di risolvere un'aporia del mondo geometrico Euclideo: se esistesse e fosse unica la parallela ad una retta r, passante per un punto P esterno alla retta.
Tale problema implicava un **"**viaggio**"** nel piano geometrico, alla ricerca dei suoi confini, ovvero il punto in comune tra la retta r e **una** sua parallela.
Tra i vari tentativi di risposta ho preso in esame la teoria di Henrì Poincarè e il suo modello di spazio geometrico.

Tornando a " I sette messaggeri", il principe afferma:
"[…] in realtà siamo forse andati girando su noi stessi, senza mai aumentare la distanza che ci separa dalla capitale:"
Questo dubbio gli sorge **man** mano si allontana dalla città, non riuscendo mai a raggiungere i confini e osservando la dilatazione temporale tra l'arrivo dei successivi messi inviati alla casa paterna. Tenta dunque di darsi delle spiegazioni secondo il modo di pensare consueto:
"Penso talora che la bussola del mio geografo sia impazzita[…]", per quanto riguarda la distanza incolmabile tra la spedizione e i confini e:
"[…] nessuno di essi è mai caduto malato, né è incappato nei briganti, né ha sfiancato le cavalcature.", per quanto riguarda il viaggio dei messaggeri. Non riuscendo a spiegarsi queste stranezze secondo il modo di pensare consueto, il principe ipotizza che quella regione possa essere governata da leggi sullo spazio e il tempo diverse da quelle solite:
"Non esiste, io sospetto, frontiera, almeno nel senso che noi siamo abituati a pensare."

Per quanto riguarda il postulato delle parallele, i matematici tentarono dapprima di risolverlo ricorrendo al consueto modo di concepire lo spazio geometrico, ma si accorsero a distanza di secoli di dover ricorrere ad un nuovo modo di concepire lo spazio geometrico, e tra i vari tentativi si colloca il modello di Henrì Poincarè.

- **Henrì Poincarè**

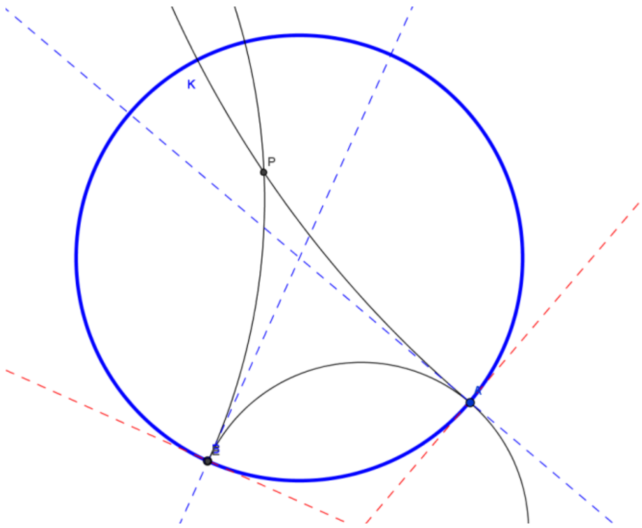
Nacque nel 1854 nella casa del nonno, situata nel centro della storica città francese Nancy. Sembra che Poincarè con la sua testa fra le nuvole e la sua gentilezza fosse una continua fonte di sorpresa per i suoi insegnanti e i suoi compagni di classe e fatta eccezione per il disegno, era uno studente eccellente in tutte le materie, ma in matematica era un vero prodigio. Poincarè era un individuo calmo e di indole mite; scrive la sorella:
" Era molto equilibrato. Non mostrava mai nessun segno di rabbia, di turbamento emotivo, di passione. I suoi sentimenti più profondi erano quelli che stava più attento a nascondere".
(Quaderni della sorella di Poincarè, Aline, reperto B 250)

Poincarè entrò all' Ecole Polytechnique nel 1873 e si laureò nel 1875, raggiungendo il secondo posto nella graduatoria (a causa dei suoi risultati leggermente inferiori alla

media in educazione fisica e arte). Si iscrisse quindi all' Ecole des Mines, la grande ecole dedicata alla branca dell'ingegneria mineraria. Conseguito il dottorato nel '79, ottenne un incarico presso l'Università di Caen, ma non abbandonò la sua carriera mineraria per l'insegnamento. A partire dal 1881, e per il resto della sua carriera, fu insegnante all'Università di Parigi. Inizialmente fu nominato "maestro di conferenze di analisi"; successivamente occupò il posto di insegnante di Meccanica Fisica e Sperimentale, Fisica Matematica, Teoria della Probabilità, Meccanica Celeste ed Astronomia.
Morì il 17 luglio 1912.

- **Un modello dello spazio geometrico**

Poincarè ideò diversi modelli per una geometria non euclidea; uno di essi è il seguente.



Considerata una circonferenza K, definì:
-pseudopunti tutti i punti interni a K.
-pseudoretta l' insieme dei punti di una circonferenza perpendicolare a K, interni alla circonferenza K.
-pseudopiano l' insieme dei punti interni a K.

Questo modello soddisfa tutti gli assiomi della geometria euclidea con l' eccezione di quello del parallelismo: infatti nel fascio di pseudorette che hanno origine in un punto P, esistono pseudorette secanti una pseudoretta r data **(cioè pseudo rette aventi con r uno pseudo punto comune)**; le due pseudorette che separano le pseudorette secanti e non, ovvero le pseudorette tangenti la pseudoretta r data, prendono il nome di parallele, mentre le rette non secanti vengono nominate iperparallele.
Prese così **forma** una **nuova** geometria: geometria non euclidea iperbolica, in cui valgono tutti gli assiomi enunciati da Hilbert*[1] e nella quale l' assioma delle parallele è sostituito dal seguente:
"qualunque siano il punto A e la retta r, A non su r, esistono due rette distinte, passanti per A e parallele alla retta r".

Tale modello **è anche interpretabile** come modello di un universo fisico costituito da una sfera di raggio r **che corrisponde lo spazio euclideo infinito** tale che:

1) la temperatura T di un punto P che si trova all' interno di K ad una distanza x dal centro è:
   $T= k\ (r^2 – x^2)$ dove k è una costante che indica il coefficiente di dilatazione.
2) le dimensioni lineari di qualsiasi corpo variano proporzionalmente alla temperatura T e la costante di proporzionalità è la stessa per tutti i corpi.

---

[1] **David Hilbert** matematico tedesco vissuto tra il 1862 e il 1943, autore nel 1899 del testo"*Grundlagen der Geometrie*" ("*Fondamenti della Geometria"*) contenente una revisioni logicamente rigorosa e completa della geometria euclidea, basata su 21 assiomi.

3) Ogni corpo assume istantaneamente la temperatura che caratterizza il punto in cui viene portato.

Riguardo il suo modello scrive Poincarè:
"Un oggetto in movimento diventerà allora progressivamente più piccolo mano a mano che ci si avvicinerà alla sfera limite. Osserviamo, innanzitutto, che se anche dal punto di vista della nostra geometria abituale questo mondo è finito, ai suoi abitanti esso apparirà infinito. Mano a mano che essi si avvicineranno alla sfera limite, essi diventeranno progressivamente più freddi e più piccoli. I loro passi saranno quindi sempre più corti, così che non potranno mai raggiungere la sfera limite."

I punti alla circonferenza sono dunque i punti all'infinito ed essi non potranno mai essere raggiunti da un corpo c che si muove dal centro alla periferia, perché il limite per x (lo spostamento di c) che tende ad r di c è uguale a 0.
Riflettendo sulle leggi precedenti si può affermare che gli abitanti di tale universo non ne possono provare l'esistenza: se ogni corpo assume istantaneamente la temperatura che caratterizza il punto in cui viene portato ciò implica l' impossibilità di esperienze che riguardano le differenze di temperatura; inoltre se le dimensioni lineari di qualsiasi corpo variano proporzionalmente alla temperatura, un abitante muovendosi con un termometro da un punto all'altro dell'universo registra sempre la stessa temperatura.

- **Appendice: passaggio da geometria euclidea a non euclidea.**

La geometria euclidea
La geometria euclidea si fonda su cinque postulati **e cinque assiomi; i postulati sono i seguenti**:
1) È possibile condurre una linea retta da un qualsiasi punto a ogni altro punto.
2) È possibile prolungare illimitatamente una retta finita lungo la sua direzione.
3) È possibile descrivere un cerchio con qualsiasi centro e distanza (raggio).
4) Tutti gli angoli retti sono uguali fra loro.
5) Se in un piano una retta, intersecando due altre rette, forma con esse, da una medesima parte, angoli interni la cui somma è minore di due angoli retti, allora queste due rette indefinitamente prolungate **s'incontrano da quella parte**.

Il quinto postulato
A differenza dei primi quattro, il quinto postulato sembra complicato e disarmonico e per questo fin dal XIX secolo i matematici tentarono di dimostrarlo a partire dai primi quattro per ottenere una semplificazione concettuale della geometria e fondare tutto su quattro postulati soltanto. Vi furono molti tentativi e tra questi vorrei ricordare quello adottato da Gerolamo Saccheri **alla fine del 1600**, gesuita e professore dell' Università di Pavia. Egli procede mediante la dimostrazione per assurdo: parte dal quadrilatero birettangolo isoscele, cioè un quadrilatero ABCD, dove i lati AC e BD sono uguali, e gli angoli in A e in B sono retti, e cerca di dimostrare che l'angolo in C è uguale a quello in D . Dimostrato che quegli angoli sono uguali, dal punto di vista logico abbiamo tre possibilità: C e D possono

essere angoli uguali e retti, oppure angoli uguali e minori di un angolo retto, oppure ancora uguali e maggiori di un angolo retto. Quelle che lui ha chiamato l'ipotesi dell'angolo retto, l'ipotesi dell'angolo ottuso, e l'ipotesi dell'angolo acuto.
Saccheri ammette che una retta abbia lunghezza infinita, ed elimina l'ipotesi dell'angolo ottuso. Invece l'ipotesi dell'angolo acuto lo affatica a lungo, finché, con cieca fiducia in Euclide, il grande matematico cade in errore e dice che: "l'ipotesi dell'angolo acuto è assolutamente falsa, perché ripugna alla natura della linea retta". E rinnega tutto. Come mostreranno successivamente i critici, il suo sottile errore logico è stato invece quello di estendere all'infinito proprietà valide solo a distanza finita.

- **Verso le geometrie non- euclidee: Gauss, Bolyai e Lobacevskij**

Questi tre studiosi chiarirono il ruolo del quinto postulato e le ricchezze da esso celate.

Gauss[2]: si convinse, negli anni Venti dell'Ottocento, della possibilità di costruire geometrie alternative a quella euclidea, in cui non valesse il V° postulato. Nel Novembre del '24 scrisse all'amico Taurinus:
" L'assunzione secondo cui la somma dei tre angoli di un triangolo è minore di180 gradi conduce a una geometria curiosa, profondamente diversa dalla nostra (quella euclidea) ma in sé del tutto coerente, che ho sviluppato traendone grande soddisfazione (…)".
Gauss tuttavia non aveva intenzione di pubblicare queste sue scoperte in vita, temendo le " risa di beoti".

Bolyai[3]: nel 1820 comunicò al padre, il matematico Farkas Bolyai, di star lavorando sul quinto postulato ed egli tentò di dissuaderlo dall'impresa titanica:
" Ti scongiuro non tentare di padroneggiare la teoria delle parallele: finirai per perdere su di essa tutto il tuo tempo […] Non ci provare […] né con i metodi che hai menzionato, né con qualsiasi altro […] Sono passato anch' io per questo abisso senza fondo, che ha spento ogni luce e ogni gioia della mia vita. Per l' amor del cielo ti prego di lasciar perdere. Devi temerlo non meno delle passioni dei sensi, poiché anch' esso ti può portare via tutto il tuo tempo, deprivandoti della salute, della serenità di spirito e della felicità".
Dopo soli tre anni Bolyai aveva creato " dal nulla un nuovo mondo", iniziando a sviluppare quella che oggi ci è nota con il nome di geometria iperbolica. Pubblicò i suoi risultati come appendice del "Tantamen", opera di geometria, algebra, analisi e aritmetica, pubblicata nel 1831. Quando Farkas inviò una copia a Gauss egli scrisse in risposta:
" […] L' intero contenuto del suo saggio, il percorso seguito da tuo figlio e i risultati da lui raggiunti, coincidono con le scoperte che ho fatto io stesso, alcune della quali risalgono a 30-35 anni fa […] Per quanto riguarda il mio lavoro, di cui fino ad oggi non ho messo molto per iscritto, le mie intenzioni erano di non pubblicarlo finchè fossi rimasto in vita. […] D' altro lato avevo intenzione di scrivere tutte queste cose più avanti, in modo che non andassero perdute con la mia morte. È quindi una piacevole sorpresa, per me, vedere che qualcuno mi ha risparmiato questo grattacapo […]"

[2] **Carl Friedrich Gauss (1777-1855), matematico, astronomo e fisico tedesco.**
[3] **János Bolyai (1802-1860) matematico ungherese.**

Lobacevskij[4]: anch' egli nei primi anni Venti lavorò sul V° postulato e constatò che la geometria che si ottiene negando tale postulato è perfettamente sensata.
Quando furono pubblicati, dopo la sua morte, gli appunti di Gauss, essi resero chiaro che era stato lui a scoprire per primo la geometria non- euclidea e questo condusse ad alcune congetture infondate secondo cui Bolyai e Lobacevskij sarebbero stati influenzati nelle loro scoperte dallo stesso Gauss. Tom Lehrer, matematico e autore di canzoni umoristiche, scrisse una canzone che diceva :

> *" Mai dimenticherò il giorno in cui incontrai per la prima volta*
>
> *Il grande Lobacevskij.*
> *In una sola parola mi insegnò il segreto del successo*
> *In matematica:*
> *plagiare.*
>
> *Plagia,*
> *non lasciare che il lavoro degli altri sfugga al tuo sguardo,*
> *ricordati perché il buon Dio ti ha dato gli occhi,*
> *e non tenerli quindi coperti,*
> *ma plagia, plagia, plagia…*
> *solo, per favore, assicurati sempre di chiamarla "ricerca".*

Nonostante queste scoperte, nel 1850 erano ancora pochi coloro che credevano all' esistenza di geometrie in cui non valesse il V° postulato di Euclide.

- **Bibliografia:**

- Dino Buzzati, "La boutique del mistero", classici moderni
- Donal O' Shea, "La congettura di Poincarè", BUR.
- Evandro Agazzi e Dario Palladino, "Le geometrie non euclidee e i fondamenti della geometria" ed. scientifiche Mondadori
- Nikolaj Lobacevskij, "Nuovi principi della geometria", Universale Boringhieri

[4] **Nikolaj Ivanovič Lobačevskij (1792-1856), matematico e scienziato russo.**